

Beregningsopgave på en bro

OBS: Løsning markeret med GUL

Indledning:

Denne opgave går ud på at dimensionere de bærende stålbjælker i en gangbro. Før du kan være sikker på, at du har fundet de rigtige stålprofiler, skal du igennem følgende punkter,

1. Først skal du finde en bro og opmåle dens ydre dimensioner.
2. Herefter skal du prøve at få en ide om, hvor meget bjælkerne skal kunne bære. Det betyder, at du skal gætte på, hvad broen vejer, og hvor mange mennesker der kan tænkes at færdes på broen på samme tid.
3. Så starter beregningsarbejdet. Her vil du få en fornemmelse af, hvordan lasterne/vægtene du fandt under punkt 2 virker på bjælkerne.
4. Ved hjælp af resultaterne fra punkt 3, kan du nu give et gæt på, hvilket stålprofil der kan få broen til at holde.
5. Til sidst skal du endeligt undersøge, om bæreevnen af de valgte stålprofiler er overholdt. Er bæreevnen ikke overholdt må du vælge en ny profiltype i punkt 4 og prøve igen.

For at kunne løse opgaven, forventes det, at du sidder i nærheden af en ingeniør, som kan hjælpe dig med at forklare de grundlæggende begreber vedrørende bjælkemekanik og måske også assistere ved udregningerne.

Ideen med opgaven er, at du skal gå ud og vælge din egen gangbro – du kan måske finde en i den virksomhed, hvor du arbejder. Du skal derefter opmåle broens dimensioner og finde ud af, hvilke laster der virker på netop denne gangbro. Herefter kan du påbegynde beregningsarbejdet.

Til at løse opgaven kan du tage udgangspunkt i det følgende eksempel, hvor de nødvendige antagelser og beregninger er gennemgået. De steder, hvor du skal indføre dine egne værdier er markeret med gul overstregning.

Gennem opgaven får du brug for følgende litteratur:

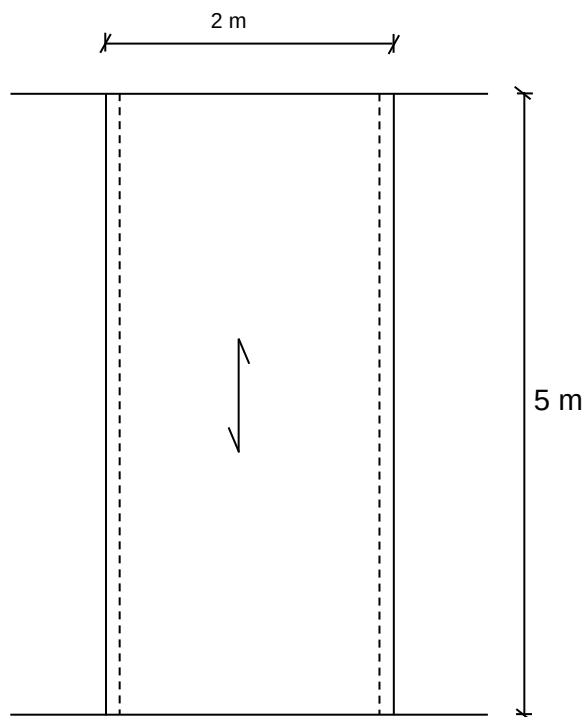
- Teknisk Ståbi, 20. udgave
- DS 410 eller Eurocode 1-1

Start

Når du har fundet din bro, skal du prøve at tegne den på ternet A3-papir. Du må selv bestemme målestoksforholdet, men husk at det skal passe til papirstørrelsen.

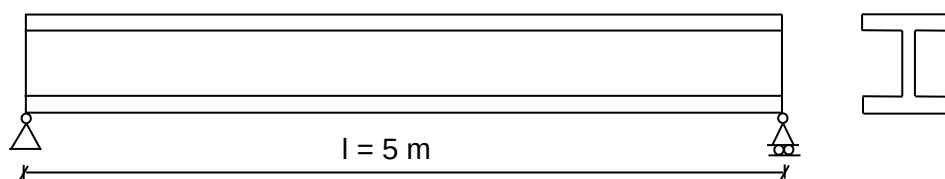
Broen

Gangbroen i dette eksempel har dimensionerne angivet i Figur 1.



Figur 1: Broens dimensioner

Brodækket understøttes af to langsgående simpelt understøttede I-profiler, som angivet i Figur 2.



Figur 2: Simpelt understøttet I-profil, som understøttet brodækket

Til dimensioneringen af stålbjælkerne vælges en tilladelig normalspænding på $\sigma = 140 \text{ MPa}$, hvilket giver en tilladelig forskydningsspænding på $\tau = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} = \frac{140 \text{ MPa}}{\sqrt{3}} = 80.8 \text{ MPa}$.

Stålets elasticitetsmodul er $E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

Som definition gælder der, at $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$ og $100 \text{ kg} = 1 \text{ kN}$.

Definition af Laster

Egenvægt

Konstruktionens egenvægt "gættes" til,

$$q_E = 300 \frac{kg}{m^2} = 3 \text{ kN/m}^2$$

Nyttelast

Det antages, at der maksimalt vil stå 3-4 personer pr. m² på broen ad gangen. Dette svarer jf. DS410 side 13 til en last på,

$$q_N = 300 \frac{kg}{m^2} = 3 \text{ kN/m}^2$$

Samlet last

Den samlede last på gangbroen kan nu bestemmes som summen af egenlasten og nyttelasten:

$$q_f = q_E + q_N = 3 \frac{kN}{m^2} + 3 \frac{kN}{m^2} = 6 \frac{kN}{m^2}$$

Denne værdi for den samlede last anvendes kun, når de maksimale nedbøjninger i konstruktionen skal undersøges.

Den del af bæreevne-undersøgelsen, som vedrører spændinger i konstruktionen, kræver, at der bestemmes en regningsmæssig last. Den regningsmæssige last på gangbroen bestemmes ved at tilføje en sikkerhedsfaktor på 50 % på nyttelasten. Herved kan den samlede last bestemmes til,

$$q_{fd} = q_E + 1.5 \cdot q_N = 3 \frac{kN}{m^2} + 1.5 \cdot 3 \frac{kN}{m^2} = 7.5 \frac{kN}{m^2}$$

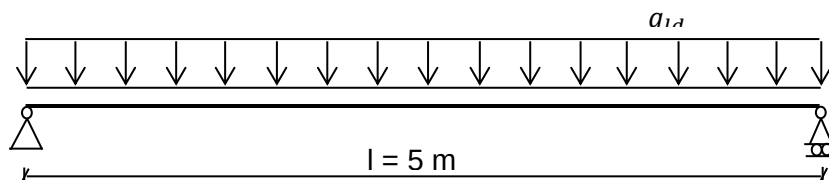
De to laster, q_f og q_{fd} er flade-laster, som virker over hele brodækket. De skal fordeles ud på de langsgående bjælker, som understøtter brodækket. Da broen i dette eksempel er 2 meter bred og er understøttet af 2 bjælker, kan linjelasterne på hver bjælke bestemmes til,

$$q_l = q_f \cdot \frac{\text{spænd mellem bjælker}}{\text{antal bjælker}} = 6 \frac{kN}{m^2} \cdot \frac{2m}{2 \text{ bjælker}} = 6 \frac{kN}{m}$$

$$q_{ld} = q_{fd} \cdot \frac{\text{spænd mellem bjælker}}{\text{antal bjælker}} = 7.5 \frac{kN}{m^2} \cdot \frac{2m}{2 \text{ bjælker}} = 7.5 \frac{kN}{m}$$

Maksimale Momenter og Forskydningskræfter

Bjælken som undersøges til bestemmelse af momenter og forskydningskræfter er påvirket af den regningsmæssige last q_{ld} , som angivet i Figur 3.



Figur 3: Simpelt understøttet bjælke med regningsmæssig last

Moment, M

Det maksimale moment findes midt på bjælken og kan bestemmes ved

$$M_{max} = \frac{1}{8} \cdot q_{ld} \cdot l^2 = \frac{1}{8} \cdot 7.5 \frac{kN}{m} \cdot (5 m)^2 = 23 kNm$$

Forskydningskraft, V

Den maksimale forskydningskraft findes ved bjælkens understøtninger og kan bestemmes ved

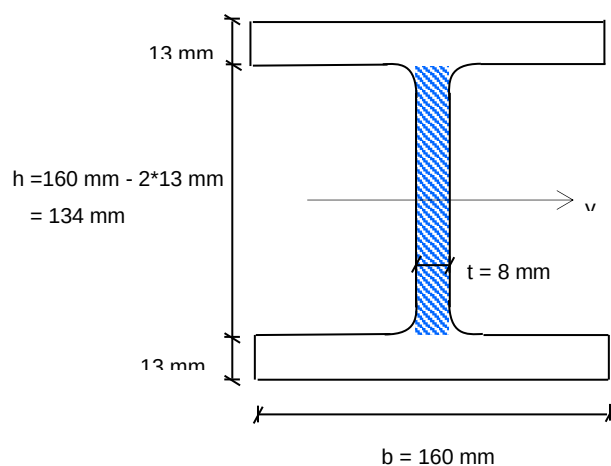
$$V_{max} = \frac{1}{2} \cdot q_{ld} \cdot l = \frac{1}{2} \cdot 7.5 \frac{kN}{m} \cdot 5 m = 19 kN$$

Valg af profiltype

Profiltypen til hver bjælke bestemmes ved hjælp af det maksimale moment. Det nødvendige elastiske modstandsmoment bestemmes ved,

$$W_{nødvendig} = \frac{M_{max}}{\sigma} = \frac{23 kNm}{140 N/mm^2} = \frac{23 \cdot 10^6 N mm}{140 N/mm^2} = 167 \cdot 10^3 mm^3$$

Ved opslag i Teknisk Stålb 20. udgave (s. 209-237) vælges et stålprofil af typen (dit svar: _____) med følgende egenskaber:



$$W_{el,y} = 311 \cdot 10^3 mm^3$$

$$I_y = 24.9 \cdot 10^6 mm^4$$

Figur 4: Stålprofil HEB 160

Øvelse

Prøv at tegne dit stålprofil på ternet A3-papir i forholdet 1:1. Herved får du en fornemmelse af, hvor stort sådan et profil er i virkeligheden.

Bæreevneeftervisning

Momentbæreevne

Da det elastiske modstandsmoment for HEB 160-profilet er større end det nødvendige, $W_{el,y} > W_{nødvendig}$, er momentbæreevnen overholdt.

Forskydningsbæreevne

Når forskydningsbæreevnen undersøges, antages det, at det kun er kroppen af I-profilet (skravet med blå i Figur 4) som optager forskydning.

Arealet af kroppen bestemmes til,

$$A = 134 \text{ mm} \cdot 8 \text{ mm} = 1072 \text{ mm}^2$$

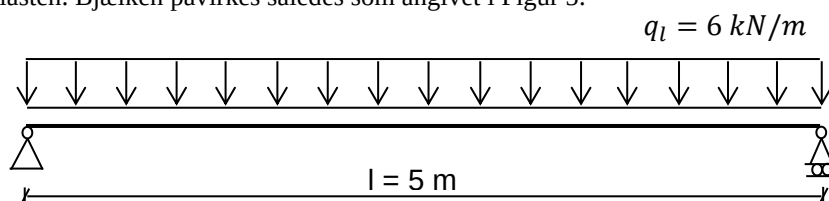
De maksimale forskydningsspændinger, som opstår i konstruktionen bestemmes til,

$$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{A} = \frac{19 \cdot 10^3 \text{ N}}{1072 \text{ mm}^2} = 17.7 \text{ MPa}$$

Da $\tau > \tau_{max}$, er forskydningsbæreevnen overholdt.

Nedbøjning, u

Konstruktionens nedbøjninger bestemmes som tidligere nævnt uden brug af sikkerhedsfaktor på nyttelasten. Bjælken påvirkes således som angivet i Figur 5.



Figur 5: Simpelt understøttet bjælke med last

Den maksimale nedbøjning sker på midten af bjælken og bestemmes ved,

$$u_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_l \cdot l^4}{E \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{6 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (5000 \text{ mm})^4}{(2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}) \cdot (24.9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4)} = 9.33 \text{ mm}$$

Nedbøjningerne i gangbroen anses for acceptable så længe de er mindre end følgende,

$$u_{accept.} = \frac{l}{400} = \frac{5000 \text{ mm}}{400} = 12.5 \text{ mm}$$

Da $u_{accept.} > u_{max}$ er kravet til nedbøjningerne ligeledes overholdt.

Da kravene for både momentkapacitet, forskydningskapacitet og nedbøjninger er overholdt, er bæreevnen af profilerne HEB160 til understøtning af gangbroen overholdt.